CUADERNO FIRP S705-A

MODULO DE ENSEÑANZA EN FENOMENOS INTERFACIALES

en español

PRINCIPIO del TENSIOMETRO de GOTA GIRATORIA

****

Jean-Louis SALAGER

LABORATORIO DE FORMULACION, INTERFASES REOLOGIA Y PROCESOS

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERIA
ESCUELA DE INGENIERIA QUIMICA

Mérida-Venezuela
Versión # 1 (2005)

PRINCIPIO DEL TENSIÓMETRO DE GOTA GIRATORIA

La geometría de la gota giratoria se describe en la figura 1, en la cual la rotación se produce alrededor del eje "x", mientrás que la coordenada "y" denota la distancia al eje de rotación. La forma de la gota es simétrica alrededor del eje "x". La aceleración centrífuga es $\omega^2 y$ (ω es la velocidad de rotación), y aumenta con la distancia del eje, y es tal que el efecto de la gravedad es insignificante. Por lo tanto la influencia de la diferencia de densidad entre los dos fluidos se incrementa con la distancia al eje y tiende a atraer de interfase hacia el eje. Eso da lugar al alargamiento de la gota a lo largo del eje de "x", al cual se opone el efecto de la tensión interfacial que tiende a reducir el área superficial, es decir a encoger la gota hacia una esfera.

El principio de medida de la tensión interfacial con un tensiómetro de gota giratoria se discute aquí en el llamado caso de Vonnegut para una gota alargada, cuando la parte central de la gota es esencialmente cilíndrica. Así, el radio de curvatura al ecuador (punto E) en el plano de figura 1 (R_M), es mucho más grande que el radio de corte de una sección (Rm), y se puede por tanto aproximar la curvatura en el punto E por el inverso del radio del cilindro (1/Rm). Se ha demostrado que esta aproximación es válida siempre que la longitud de la gota sea por lo menos 4 veces su diámetro (como se muestra a groso modo en la gota de la figura 1).

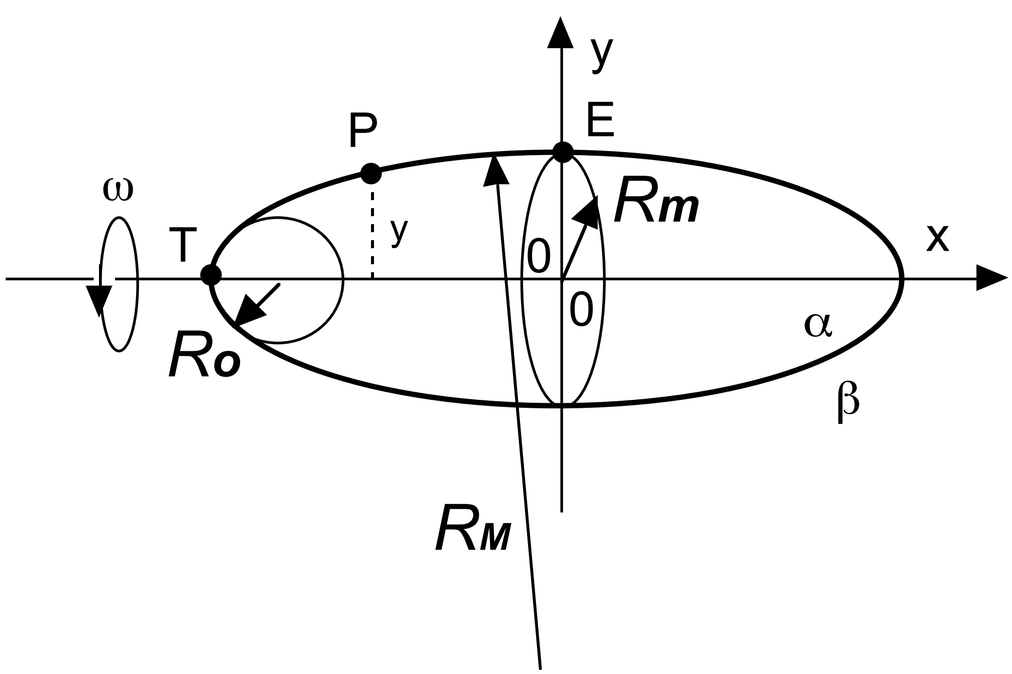

Figura 1. Geometría de una gota giratoria de un líquido denso α en un líquido menos denso β.

Las densidades de las fases son ρ_α y ρ_β (con $\rho_\alpha < \rho_\beta$ y $\Delta\rho = \rho_\beta - \rho_\alpha$) y *Ro* es el radio de curvatura en el extremo de la gota.

Sea p_T la presión (de referencia) en el punto T sobre el eje al extremo de la gota, y p la presión en cualquier punto P en la interfase, situado a una distancia "y" del eje. La formula clásica de Pascal para calcular la diferencia de presión entre dos puntos ubicados en la misma fase ($\Delta p = \rho g h$) sigue siendo valida si la aceleración centrifuga ($1/2\ \omega^2$ y) sustituye la gravedad g.

En la fase α $\quad p_\alpha = p_{\alpha T} + 1/2\ \rho_\alpha\ \omega^2\ y^2$ [1]

En la fase β $\quad p_\beta = p_{\beta T} + 1/2\ \rho_\beta\ \omega^2\ y^2$ [2]

Por diferencia $\quad p_\alpha - p_\beta = p_{\alpha T} - p_{\beta T} - 1/2\ \Delta\rho\ \omega^2\ y^2$ [3]

Debido a la concavidad hacia la fase α, $p_\alpha > p_\beta$ en cualquier punto de la interfase, y según la ley de Laplace (donde γ es la tensión):

$$p_\alpha - p_\beta = 2\gamma H = \gamma \left[\frac{1}{y\sqrt{1+y'^2}} - \frac{y''}{\left(\sqrt{1+y'^2}\right)^3} \right] \qquad [4]$$

H es la curvatura promedio, es decir, $H = [1/R1 + 1/R2]/2$ donde *R1* y *R2* son los principales radio de curvatura (mínimo y máximo), y′ y y indican la primera y segunda derivada de "y" con respecto a x. En la expresión en corchetes, el primer término es la curvatura a lo largo de un círculo centrado en el eje (no igual a "y" porque el radio de curvatura se mide a lo largo del vector normal, y por tanto es igual a "y" solamente si y′ = 0), el segundo término es la curvatura de la curva generatriz, es decir, la curva indicada en el plano de la figura 1.

Debido a la simetría axial en el extremo T, ambos radios de curvatura son iguales, por lo tanto la curvatura media $H_T = (1/Ro + 1/Ro)/2$:

$$p_{\alpha T} - p_{\beta T} = 2\gamma H_T = 2\gamma / Ro \qquad [5]$$

Substituyendo [4] y [5] en [3] se obtiene una ecuación en "y", para cualquier punto P de la interfase:

$$2\gamma / Ro - 1/2\ \Delta\rho\ \omega^2\ y^2 = \gamma \left[\frac{1}{y\sqrt{1+y'^2}} - \frac{y''}{\left(\sqrt{1+y'^2}\right)^3} \right] \qquad [6]$$

Usando las variables adimensionales X = x/Ro, Y = y/Ro, escalando el parámetro $K = \Delta\rho\omega^2 Ro^3/2\gamma$ multiplicándose por "y" y substituyendo en [6], se obtiene la siguiente ecuación:

$$2\,Y - K\,Y^3 = \frac{d}{dY}\left(\frac{Y}{\sqrt{1+Y'^2}}\right) \qquad [7]$$

Integrando

$$Y^2 - K\,Y^4/4 = \left(\frac{Y}{\sqrt{1+Y'^2}}\right) + cst \qquad [8]$$

En el extremo de la gota (punto T) Y = 0, por lo tanto, cst = 0,

Aplicando la ecuación de la gota [8] al ecuador de la gota (punto E) donde Y es máximo (Y_m) y donde la derivada Y' = 0.

$$Y^2_m - K\,Y^4_m/4 = Y_M \quad o \quad K\,Y^3_m - 4\,Y_m + 4 = 0 \qquad [9]$$

Aplicando la ecuación [7] al punto E donde Y' = 0

$$2\,Y_m - K\,Y^3_m = \frac{d}{dY}(Y) = 1 \qquad [10]$$

Combinando [9] y [10]

$Y_m = 3/2$, $y_m = R_m = 1.5\,R_o$ y $K = 16/27 = \Delta\rho\,\omega^2\,R_o{}^3/2\,\gamma$ [11]

Se obtiene la formula de Vonnegut : $\boldsymbol{\gamma = \Delta\rho\,\omega^2\,R_m{}^3/4}$ [12]

En la formula [12] las unidades son: γ (N/m), R_m (m), $\Delta\rho$ (Kg/m3), ω (rad/s)

R_m es el radio de la gota al ecuador (E) como se indica en la figura 1. Se ha demostrado que esta fórmula es válida con 0.1% de error si la longitud de la gota excede 4 veces su diámetro. En la práctica se utiliza una gota más alargada, la cual realmente se parece mas a un cilindro, pero vale la pena comentar que en el hemisferio al extremo de la gota no se tiene el mismo radio que en el centro del cilindro según lo indicado en la figura 2 ($R_o = 2/3\,R_m$). Esto es debido al hecho de que la aceleración centrífuga no es constante, pero aumenta con la distancia del eje.

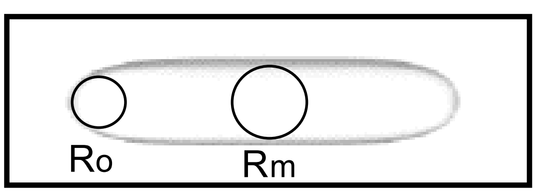

Figura 2. Radios de curvatura de una gota alargada en el caso de la aproximación de Vonnegut.

Es de destacar que en la fórmula [12] se requiere solamente la evaluación de una distancia (radio de la gota en su centro) y no la valoración de una curvatura, lo cual implicaría la estimación de las primera y segunda derivadas de la forma de la gota, un problema mucho más difícil.

Es también conveniente notar que este método es el único en el cual la gota no está en contacto con una superficie sólida, por lo tanto no tiene que ser medido ni ser estimado ningún ángulo de contacto, l que representa una ventaja apreciable.

Finalmente, la fórmula indica que una tensión baja está asociada con un radio pequeño, es decir con una gota alargada y con una velocidad de rotación baja, mientras que una alta tensiones requerirá una alta velocidad de rotación y la gota pudiera no ser bastante alargada para la aproximación del caso de la fórmula de Vonnegut. Este método es entonces apropiado para medir tensiones bajas, típicamente debajo de 1-2 mN/m, y es particularmente atractivo para medir valores ultrabajos (µN/m o menos) encontrados en los sistemas surfactante-aceite-agua en las microemulsiones.

En la práctica el tubo giratorio, a menudo un tubo capilar de diámetro interno igual o menor de 1 milímetro, produce un efecto de lente de aumento encima del tamaño de la gota, y tiene que ser aplicada una corrección para estimar el radio verdadero.

Nótese que la tensión se puede calcular también para las gotas no alargadas, pero hay que resolver numéricamente el sistema anterior, si no se quiere tener que estimar la curvatura.

REFERENCES

Vonnegut B.
Rotating bubble method the determination of surface and interfacial tensions.
Rev. Sci. Instr. **13**: 6-16 (1942)

Princen H. M., Zia I. Y. Z., Mason S. G.
Measurement of interfacial tension from the shape of a rotating drop.
J. Colloid Interface Sci. **23**: 99-107 (1967)

Cayias J. L., Schechter R. S., Wade W. H.
The measurement of low interfacial tension via the spinning drop technique.
In “Adsorption at Interfaces” *ACS Symposium Series* N° **8**: Paper 17, 234-247 (1975)

Drelich J., Fang, Ch., White C. I.,
Measurement of interfacial tension in fluid-fluid systems.
In *Encyclopedia of Surface and Colloid Science,* A. Hubbard, Ed., 3152-3166. Marcel Dekker (2002)

Texto: **Principio del tensiómetro de gota goratoria**
Autor: Jean-Louis Salager
Referencia: Cuaderno FIRP S705A
Versión #1 (2005)
Editado y publicado por: Laboratorio FIRP Escuela de INGENIERIA QUIMICA,
UNIVERSIDAD de Los ANDES Mérida 5101 VENEZUELA

Laboratorio FIRP, telef: (0274) 2402954 Fax: (0274) 2402947
Escuela de INGENIERIA QUIMICA,
e-mail: firp@ula.ve
UNIVERSIDAD de Los ANDES Mérida 5101 VENEZUELA
www.firp.ula.ve